

5. Логический квадрат. Формулы. Сложные суждения.

5.1. Предварительные сведения

Несравнимые суждения – это суждения, у которых разные субъекты или предикаты или то и другое. В таких суждениях истинность или ложность одного из суждений непосредственно не зависит от истинности или ложности другого. Сравнимые суждения имеют одинаковые термины – и субъект, и предикат, но могут различаться по количеству и качеству. Эти суждения сопоставимы по истинности и ложности. Эти отношения обычно рассматриваются с помощью схемы, называемой **логическим квадратом**.

Отношения между суждениями: частичная совместимость (между I и O) – из ложности одного из них следует истинность другого, но не наоборот; подчинение (между A и I, E и O) – из истинности подчиняющего следует истинность подчиненного, но не наоборот + из ложности подчиненного следует ложность подчиняющего, но не наоборот; противоположность (между A и E) – из истинности одного непременно следует ложность другого, но не наоборот; противоречие (между A и O, E и I) – при истинности одного из суждений, второе будет ложным, и при ложности одного – второе обязательно будет истинным.

Законом логики высказываний называется формула, которая при любых распределениях истинностных значений, входящих в нее пропозициональных переменных (то есть для любых высказываний, которые могут быть получены из данной формулы), принимает значение истинно. Любая тождественно-ложная формула представляет собой отрицание закона логики. Ясно также, что имеет место и обратное – отрицание тождественно-ложной формулы есть закон логики. Наконец, имеются формулы не тождественно-истинные и не тождественно-ложные – такие, которые при одних распределениях значений пропозициональных переменных истинны, а при других – ложны. Их называют обычно выполнимыми.

Сложные суждения образуются из простых с помощью логических связок: конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквиваленции и отрицания.

a	b	alb	avb	ayb	a→b	a↔b	¬b
И	И	И	И	Л	И	И	Л
И	Л	Л	И	И	Л	Л	И
Л	И	Л	И	И	И	Л	И
Л	Л	Л	Л	Л	И	И	И

Таблицы истинности логических связок.

5.2. Практическое занятие

1. Определить отношения между категорическими суждениями.

- Некоторые злаки ядовиты. – Некоторые злаки не являются ядовитыми;
- Все адвокаты юристы. – Некоторые адвокаты юристы;
- Ни один гражданин не вправе нарушать закон. – Все граждане вправе нарушать закон;
- Некоторые задачи из этого учебника может решить только специалист. – В этом учебнике нет задач, которые может решить только специалист.

2. Могут ли быть правы оба человека, один из которых высказывает первое суждение (из следующих пар), а другой – второе?

- Не всякое правило имеет исключение. – Ни одно правило не имеет исключений.

3. Вычислить значения каждой из формул при заданных значениях переменных $p = И, q = Л, r = Л, s = И$.

- $q \vee q \wedge s$; б) $p \vee q$; в) $p \rightarrow q$; г) $\neg r$; д) $\neg(r \rightarrow s)$.

4. Определить, к какому типу (тождественно-истинные, тождественно-ложные, выполнимые) относятся формулы.

- $\neg p$; б) $p \rightarrow p$; в) $(p \wedge q) \rightarrow p$.

5. С помощью таблицы истинности доказать законы логики (при решении задачи использовать определение закона логики как тождественно-истинной формулы).

- $p \vee \neg p$ (закон исключенного третьего);
- $\neg(p \wedge \neg p)$ (закон противоречия);
- $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ (закон консеквента);
- $((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)) \rightarrow \neg p$.

6. При истинности исходного высказывания "А знает В, но В не знает А" определить истинностные значения высказываний.

- А и В знают друг друга;
- А и В не знают друг друга;
- В знает А, но А не знает В;
- Неверно, что А и В не знают друг друга;

7. Определить отношения между сложными суждениями.

- Если тело является кристаллическим, то оно имеет определенную температуру плавления;
- Данное тело не является кристаллическим, поскольку оно не имеет определенной температуры плавления.

8. Проверить сокращенным табличным методом, совместимы ли следующие множества высказываний.

- Если Петя и Вася пойдут в поход, то Коля не пойдет. Он пойдет в том и только том случае, если в поход пойдет Олег. Но Олег не пойдет в поход без Васи. А Вася в поход не пойдет.

5.3. Домашнее задание

9. Определить отношения между категорическими суждениями.

- а) Не каждый человек грамотен. – Некоторые люди грамотны;
- б) Некоторые адвокаты юристы. – Некоторые адвокаты не юристы;
- в) Все адвокаты юристы. – Некоторые адвокаты не юристы;
- г) Все адвокаты юристы. – Ни один адвокат не юрист.

10. Сформулировать категорические суждения, эквивалентные, противоречащие либо подчиненные данным, а также – если это возможно – противоположные и частично совместимые с данными.

- а) Люди здесь все обходительные;
- б) Не бывает трудностей, которые нельзя преодолеть;
- в) Неверно, что никакое доброе дело не остается безнаказанным.

12. Могут ли быть правы оба человека, один из которых высказывает первое суждение (из следующих пар), а другой – второе?

- а) Не существует полной демократии. – Каждая демократия неполна;
- б) Неверно, что некоторые книги бесполезны. – Неверно, что все книги бесполезны;
- в) Не всякое правило имеет исключение. – Ни одно правило не имеет исключения.

12. Вычислить значения каждой из формул при заданных значениях переменных $p = И, q = Л, r = Л, s = И$.

- а) $p \wedge s$; б) $q \vee r$; в) $(p \rightarrow q) \rightarrow s$; г) $\neg s$; д) $\neg(\neg q \rightarrow \neg q)$.

13. Определить, к какому типу (тождественно-истинные, тождественно-ложные, выполнимые) относятся формулы.

- а) p ; б) $p \rightarrow q$; в) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$.

14. С помощью таблицы истинности доказать законы логики (при решении задачи использовать определение закона логики как тождественно-истинной формулы).

- а) $(p \rightarrow (p \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$ (закон самодистрибутивности импликации);
- б) $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$;
- в) $(p \rightarrow q) \wedge (p \wedge r) \wedge (\neg q \vee \neg r)$.

15. Определить вид сложных суждений (конъюнктивные, дизъюнктивные (сильные и слабые), имплекативные) в соответствии с функциями логических связок.

- а) Договор купли-продажи может быть заключен в устной или письменной форме;
- б) Осуществление прав и свобод человека и гражданина не должно нарушать права и свободы других лиц;
- в) Истец вправе увеличить или уменьшить размер исковых требований;
- г) Если по истечении срока временной работы с работником не был расторгнут договор, то он считается принятым на постоянную работу;
- д) Клевета, соединенная с обвинением лица в совершении тяжкого или особо тяжкого преступления, наказывается ограничением свободы на срок до трех лет, либо арестом на срок от четырех до шести месяцев, либо лишением свободы на срок до трех лет;
- е) Увеличение рентабельности достигается путем повышения производительности труда или путем снижения себестоимости продукции;
- ж) Я поеду на юг на поезде или полечу на самолете;
- з) Если через проводник пропустить электрический ток, то проводник нагреется.

16. С помощью простых суждений: а – "Я работаю в школе", б – "Я люблю свою профессию", с – "Я учусь в педагогическом институте" составьте высказывания, соответствующие следующим формулам.

- | | |
|---|---|
| а) $a \wedge b \wedge c$; | е) $(a \wedge b) \rightarrow c$; |
| б) $a \wedge \neg b \wedge \neg c$; | ж) $(a \wedge c) \rightarrow b$; |
| в) $c \rightarrow (a \vee b)$; | з) $\neg a \vee \neg b \wedge c$; |
| г) $b \rightarrow (a \vee b)$; | и) $(a \rightarrow b) \wedge (c \rightarrow b)$; |
| д) $(\neg a \wedge \neg b) \rightarrow c$; | к) $a \wedge b \wedge \neg c$. |

17. С помощью таблицы истинности проверьте равносильность сложного суждения $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$.

18. Установить, являются ли равносильными суждения в каждой из следующих пар.

- а) Платон мне друг, но истина дороже. Неверно, что Платон мне не друг и сто мне не дорога истина;
- б) Водород бесцветен и не имеет запаха. Неверно, что водород имеет цвет или запах;
- в) Если я устал, то не могу больше учиться. Я устал, но могу ещё учиться.

19. Пусть а – истинное высказывание, б – ложное высказывание. Определить значение истинности следующих сложных высказываний.

- | | |
|-----------------------------------|---|
| а) $(a \vee b) \rightarrow a$; | г) $a \rightarrow (a \vee b)$; |
| б) $(a \wedge b) \rightarrow a$; | д) $(a \rightarrow b) \rightarrow a$; |
| в) $a \rightarrow (a \wedge b)$; | е) $(a \rightarrow (b \wedge \neg b)) \rightarrow \neg a$. |

20. Обвинитель утверждает, что в рассматриваемом случае имело место убийство, которое совершено умышлено. Защитник не отрицает факта убийства, но считает, что оно было совершено без умысла. Каждый из них считает, что эти утверждения исключают друг друга как противоречащие. Правы ли они?

21. Определить отношения между сложными суждениями.

- а1) Если подсудимый виновен, то у него был сообщник;
- а2) Возможно, что подсудимый виновен, но у него не было сообщника.